**فهرست مطالب**

مقدمه‌ی مترجم 7

پیش‌گفتارِ مترجمانِ انگلیسی 9

**فصل اول: منطق برای زبان‌شناسان**

منطق برای زبان‌شناسان 13

**فصل دوم: نظریه‌ی مجموعه‌ها**

2.1 مجموعه‌ها و عضوها 15

2.2 نسبت‌های بین مجموعه‌ها 18

2.3 عمل‌های روی مجموعه‌ها 19

2.4 نسبت‌ها و تابع‌ها 22

**فصل سوم: استنتاج و تحلیل منطقی جمله‏ها**

3.1 استنتاج 29

3.2 صورت منطقی 32

3.3 جمله‏ها و گزاره‏ها 34

3.4 جهان‏های ممکن و مجموعه‌ی صدق یک گزاره 37

3.5 جمله‏های تحلیلی و ترکیبی 38

3.6 جمله‏های ساده و مرکب 40

3.7 عمق تحلیل منطقی 41

**فصل چهارم: منطق گزاره‌ها**

4.1 ادات‌ها 42

4.2 معنای ادات‏های منطقی 46

4.2.1 ناقض ~ 47

4.2.2 عاطف & 49

4.2.3 فاصل ∨ 52

4.2.4 ادات شرط → 55

4.2.5 هم‏ارزی ≡ 59

4.3 ساخت سازه‏ای را چه‌گونه نشان دهیم؟ 60

4.4 نحو و معنا‏شناسی منطق حساب گزاره‏ها 64

4.5 نحو 65

4.6 معنا‏شناسی 67

4.7 راست‌گوها و تناقض‏ها 70

4.8 جدول‌های ارزش 71

**فصل پنجم: منطق محمول‌ها**

5.1 گسترش تحلیل منطقی 80

5.2 سورها 84

5.3 جمع‏بندی نحو منطق محمول‌ها 95

5.4 معنا‏شناسی منطقِ محمول‌ها 97

5.5 صادق در همه‌ی تعبیرها 103

5.6 جمع‏بندی معناشناسی منطق محمول‌ها 109

5.7 بیانی صوری از معناشناسی 110

5.8 ویژگی‌های صوری نسبت‏ها 115

5.8.1 انعکاس 115

5.8.2 تقارن 116

5.8.3 تعدی 116

5.8.4 عکس 117

5.8.5 ساختمان دامنه و هم‌دامنه‌ی نسبت‏ها 117

**فصل ششم: استنتاج**

6.1 دستگاه استنتاجی 124

6.2 قواعد استنتاجی در مکالمه‌های روزمره 133

**فصل هفتم: منطق وجهی**

7.1 عمل‌گرهای وجهی 138

7.2 استلزام اکید 141

7.3 وجه‎‌های دیگر 142

7.4 مسائل مربوط به دامنه و این‌همانی در منطق وجهی 145

7.4.1 ایهام‌های جهت گزاره‌ یا جهت شیء 145

7.4.2 تعین 147

7.4.3 تیرگی 149

7.4.4 این‏همانی در جهان‏های ممکن 151

7.5 جمله‏های خلاف واقع 152

7.6 منطق زمان و نقاط ارجاع 153

**فصل هشتم: منطق مفهومی و دستور مقوله‏ای**

8.1 مفهوم‏ها و مصداق‏ها 158

8.2 مفهوم 161

8.3 اصل ]ترکیب[ فرگه 165

8.4 اصل ]ترکیب[ فرگه و دستور مقوله‏ای 166

8.5 مقوله‌ها، مفهوم‌ها و نوع‌ها 172

**فصل نهم: گسترش منطق محمول‌ها**

9.1 منطق محمول‌های مرتبه‌ی دوم و عمل‌گرهای محمولی 185

9.2 پیش‌فرض‌ها و وصف‌های خاص 186

9.3 تحلیل کاربردشناختی پیش‌فرض‌ها 191

9.4 عمل‌گر انتزاع یا لاندا 193

**فصل دهم: منطق و زبان‌شناسی**

10.1 کلیات 196

10.2 مفهومِ معنا 197

10.3 نقش زبان‌های صوری در تحلیل زبان طبیعی 203

10.4 محدودیت‌های منطق کلاسیک 208

منابع 213

پاسخ تمرین‌ها 217

واژه‌نامه‌ی فارسی به انگلیسی 227

واژه‌نامه‌ی انگلیسی به فارسی 248

نمایه‌ 269

**مقدمه‌ی مترجم**

با کتاب « Logic in Linguistics»، به ‌عنوان کتاب درسی کلاس «زبان و منطق» دکترمحمدرضا باطنی در دوره‌ی فوق‌لیسانس زبان‌شناسی دانشگاه تهران آشنا شدم، که فصل‌هایی از آن توسط ایشان تدریس شد. مطالعات قبلی‌ام در حوزه‏ی منطق و شیوه‏ی تدریس دکتر باطنی، که شوق و انگیزه‌ی پژوهش را در دانشجویان زنده می‌کرد، علاقه‌ی مرا به غور بیش‌تر در رابطه‌ی زبان و منطق، و سپس، انگیزه‌ام را برای ترجمه‌ی کتاب یاد شده، برانگیخت.

گرچه ویرایش نهایی کتاب، به‌خاطر درگیری‌های فکری و عملی‌ام با مسائل اجتماعی، متأسفانه چندین سال به ‌طول انجامید، اما شوق تکمیل و انتشار آن هیچ‌گاه ذهنم را ترک نکرد. خدا را شاکرم که سرانجام ترجمه‌ی این کتاب به فرجام رسید؛ با این امید که محرکی باشد برای پژوهش‌های جدی‌تر در حوزه‌ی میان‌رشته‌ای زبان‌شناسی و منطق.

در این‌جا توضیح موارد زیر را لازم می‏دانم:

1. در انتخاب معادل‌های فارسی برای واژه‌ها و اصطلاحات تخصصی منطق، منبع اصلی کتاب «واژه‌نامه‌ی توصیفی منطق (انگلیسی به فارسی)»، تالیف ضیاء موحد (1374) به همت انتشارات پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی بوده و برای معادل‌های فنی زبان‌شناسی از «واژگان گزیده‌ی زبان‏شناسی»، تالیف مصطفی عاصی و محمد عبدعلی (1375) چاپ انتشارات علمی و فرهنگی استفاده شده است؛ گرچه در برخی موارد که معادل مناسب در این فرهنگ‏ها موجود نبوده، به منابع دیگر مراجعه شده یا با آقایان، دکتر ضیاء موحد و دکتر اسدالله فلاحی در مورد معادل مناسب مشورت شده است. برای نمونه، می‌توان به تعیین معادل فارسی برای واژه‌های «domain»، «range» و «scope» در حوزه‌های مختلف اشاره کرد. در نظریه‌ی مجموعه‌ها در بخش تابع‌ها برای واژه‌ی «domain»، معادل «دامنه» و برای واژه‌ی «range»، معادل «بُرد» در نظر گرفته شده، درحالی‌که در مبحث ادات‌ها و سورها، واژه‌ی «scope» به «دامنه» و «range» به «گستره» ترجمه شده است.

2. شیوه‌نامه‌ی اصلی مورد استفاده برای نگارش و تنظیم فرمول‌ها، شیوه‌نامه‌ی مرکز نشر دانشگاهی بوده، گرچه در مواردی، به سایر شیوه‌نامه‌ها و نیز کتاب‌های ترجمه شده‌ی منطق، به ویژه ترجمه‌های دکتر ضیاء موحد، مراجعه شده است.

3. هرچند در ترجمه، سعی بر رعایت کامل امانت بوده، در برخی موارد، به پیش‌نهاد ویراستار محترم، به منظور درک بهتر مفاهیم از سوی خواننده‌ی فارسی زبان، آگاهانه تغییراتی ایجاد شده است؛ از آن جمله‌ می‌‌توان به کاربرد اسامی فارسی برای برخی اسامی بیگانه و استفاده از مثال‌های فارسی به جای بعضی از مثال‌های انگلیسی اشاره کرد.

وظیفه‌ی خود می‌دانم از استاد ارجمند، آقای دکتر ضیاء موحد، به‌ خاطر ویرایش علمی اولیه‌ی کتاب، از آقای دکتر اسدلله فلاحی برای ویرایش مجدد آن، هم‌چنین از استاد احمد سمیعی برای تأیید نگارش ادبی آن، قدردانی و سپاس‌گزاری کنم. هم‌چنین از همکاران بزرگوارم، آقای دکتر یحیی مدرسی، خانم دکتر شهین نعمت‌زاده، و آقای دکتر سیامک کاظمی، که از نظرات علمی و فنی ارزشمندشان بسیار بهره برده‌ام، صمیمانه تشکر می‌کنم. از آقای مهدی قبادی که در تنظیم نهایی کتاب بسیار کمک کردند، از خانم زینب جهانبان، که تایپ دقیق اثر را به عهده داشتند و از مسئولان محترم انتشارات پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی، که تایپ مجدد و ویرایش‌های متعدد کتاب را پذیرا بودند، نیز بسیار متشکرم.

فاطمه راکعی

تیرماه 1399

**پیش‌گفتارِ مترجمانِ انگلیسی**

کتاب حاضر، مبنای اثری است که با عنوان «درآمدی برمنطق برای زبان‌شناسان» در سال 1971 به زبان سوئدی منتشر شد و ترجمه‌ی آلمانی آن در سال 1973 به چاپ رسید. همه‌ی فصل‌های کتاب سوئدی مورد اصلاح و تجدیدنظر قرار گرفته و مطالبی چند، از جمله کل فصل 8 به آن افزوده شده، اما هدف تغییر نکرده است: آشنا کردن زبان‌شناسان و دیگر علاقه‌مندان زبان، با منطق، به‌طوری که بتوانند دریابند که مفاهیم منطقی در نظریه‌ی زبانی، به‌ویژه در معناشناسی، چه‌گونه به‌کار می‌رود (یا می‌تواند به‌کار برود).

در این راه، از پیشنهادها و انتقادهای بسیار کسان بهره برده‌ایم. علاوه بر همکاری چند دوره از دانشجویان گروه زبان‌شناسی گوتبرگ[[1]](#footnote-1)، که باید به‌عنوان گروه آزمایشی از آن‌ها استفاده می‌شد، مایلیم از کلاس اَبِرگ[[2]](#footnote-2)، که دست‌نویس کتاب را در مراحل مختلف آماده‌سازی خوانده است، از مایکل گرَبسکی[[3]](#footnote-3) که آن را از سوئدی به آلمانی برگردانده و تغییراتی را پیشنهاد کرده ‌ـ که بسیاری از آن‌ها در تقریر حاضر اعمال شده ـ هم‌چنین از جان لاینز[[4]](#footnote-4) که یکی از ویراستاران این مجموعه است، تشکر کنیم. از پیتر هینست[[5]](#footnote-5) نیز سپاس‌گزاریم، به‌خاطر نقد کوبنده‌اش به تقریر آلمانی اثر که بعضی از انتقادهایش را می‌پذیریم‌. اگر سرسختی‌های ما نبود، همه‌ی این افراد می‌توانستند تأثیرات مثبت به مراتب بیش‌تری بر کتاب داشته باشند. باید به خاطر همکاری صمیمانه در زمینه‌ی تایپ و ویرایش از پیر جاوانود[[6]](#footnote-6)، آن ـ ماری رانستراند[[7]](#footnote-7) و کارکنان انتشارات دانشگاه کمبریج تشکر کنیم.

گرچه کتاب، حاصل کار گروهی است، مسئولیت اصلی فصل‌های مختلف، به‌ترتیب، با افراد زیر بوده است:

ـ فصل‌های 1، 3، 4، 8 و بخش 3 از فصل 9، ینس اَلوود[[8]](#footnote-8)

ـ فصل‌های 5 و 6، لارس ـ گونار اندرسُن[[9]](#footnote-9)

ـ فصل‌های 2، 7، 10 و بقیه‌ی فصل 9، اُستن دال.[[10]](#footnote-10)

**نمادها و نشانه‏ها**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ص 16 | **نشانه‌ی عضو (عضوِ...بودن)** | ∈ |
| ص 16 | **عضو نبودن** | ∉ |
| ص 16 | **دو ابرو (علامت مجموعه)** | { } |
| ص 16 | **مجموعه‌ی تهی** | ∅ |
| ص 18 | **مجموعه‌ی فراگیر (جهانی)** | 1 |
| ص 18 | **اِندراج محض (زیرمجموعه محضِ...بودن)** | ⊂ |
| ص 18 | **اِندراج (زیرمجموعه‌ی ...بودن)** | ⊆ |
| ص 19 | **این‌همانی مجموعه** | = |
| ص 20 | **اشتراک** | ∩ |
| ص 20 | **اجتماع** | ∪ |
| ص 20 | **تفاضل** | ­­– |
| ص 22 | **مکمل** | C |
| ص 22 | **دوگوشه (علامت -nتایی)** | <> |
| ص 45 | **صادق** | **t** |
| ص 45 | **کاذب** | **f** |
| ص 46 | **خطِ شفر** | | |
| ص 47 | **نفی** | ~ (‒,↽)  |
| ص 49 | **عاطف** |  & (∧,·)  |
| ص 53 | **یای مانع خلو**  | ∨ |
| ص 53 | **یای انفصال حقیقی**  | (∨) |
| ص 55 | **استلزام (مادی)** | → (⊃) |
| ص 59 | **ادات هم‌ارزی** | ≡ (↔, ⫓ ) |
| ص 84 | **سور عمومی** | ∀ |
| ص 89 | **سور وجودی** | ∃ |
| ص 117 | **معکوس** R | R̄ |
| ص 140 | **عمل‌گر احتمال** | (◇) *M* |
| ص 140 | **عمل‌گر ضرورت** | () *N* |
| ص 141 | **استلزام اکید (قلاب)** |  |
| ص 152 | **شرطی خلافِ واقع** | → |
| ص 153 | **عمل‌گرهای زمان** | *F*, *H*, *G*, *A* |
| ص 189 | **عمل‌گر یوتا** | 𝜄 |
| ص 193 | **عمل‌گر لاندا** | λ |
| ص 142 | **الزام**  | O |
| ص 142 | **جواز** | P |
| ص 15 | **مجموعه‌ها (در نظریه‌ی مجموعه‌‌)**  | *A*, *B*, *C*… |
| ص 81 | **ثابت‌های محمولی (در منطق محمول‌ها)** | *A*, *B*, *C*… |
| ص 15 | **عضوهای مجموعه‌ها (در نظریه‌ی مجموعه‌‌)** | *a*, *b*, *c*… |
| ص 81 | **ثابت‌های فردی (در منطق محمولی)** | *a*, *b*, *c*… |
| ص 19 | **مجموعه‌ی مجموعه‌ها** | A, B, C… |
| ص 22 | **تابع‌ها** | *f*, *g*, *h*… |
| ص 60 | **متغیرهای جمله‌ای** | *p*, *q*, *r*… |
| ص 82 | **متغیرهای فردی** | *x*, *y*, *z*… |
| ص 82 | **متغیرهای محمولی** | Φ, Ψ, X… |
| ص 95 | **فرامتغیرهای فرمول‌های درست‌ساخت** | *α*, *β*, *γ* |
| ص 95 | **فرامتغیرهای عبارت‌های محمولی** | *P*, *Q*, *R*… |
| ص 95 | **فرامتغیرهای عبارت‌های فردی** | t1, t2…tn |

\* در متن ترجمه، عبارت‌ها به زبان انگلیسی و دیگر زبان‌های طبیعی و نیز اصطلاح‌ها و معنای آن‌ها در پانوشت قرار داده شده؛ واژه‌های مهم نیز با حروف پررنگ معرفی شده‌اند.

فصل اول

**منطق برای زبان‌شناسان**

بیش‌تر زبان‌شناسان قرن بیستم، جنبه‌های ساختی زبان را موضوع اصلی مطالعه‌ی خود قرار داده‌اند. این امر نه تنها در مورد ساخت‌گرایانی چون سوسور[[11]](#footnote-11)، یلمزلف[[12]](#footnote-12)، بلومفیلد[[13]](#footnote-13) و زبان‌شناسان مکتب پراگ صدق می‌کند، شاید حتی بارزتر، در مورد چامسکی[[14]](#footnote-14) و مکتب زایشی‌ـ‌ گشتاری نیز، که در مطالعه‌ی صوری ساخت زبان‌شناختی موفقیت‌هایی چشمگیر به‌دست آورده‌اند، صادق باشد. چشم‌گیرترین موفقیت‌های ساخت‌گرایی[[15]](#footnote-15) در زمینه‌های واج‌شناسی و صرف‌ونحو بوده است؛ اما درباره‌ی ساختار صوری محتوا و معنای زبان توفیق چندانی حاصل نمی‌شد وبسیاری از ساخت‌گرایان در واقع، محتوای زبان را به حدی نادیده گرفته‌اند که اصولاً معناشناسی را بخشی از زبان‌شناسی تلقی نمی‌کنند.

بنابراین، برخی از تلاش‌های جالب‌ توجه برای توصیف ساختار محتوا و نیز ساخت به طور کلی را باید نه در زبان‌شناسی، به مفهوم خاص آن، بلکه در منطق صوری یافت. گرچه منطق قرن بیستم، منطق ریاضیات و زبان ریاضی را محور کار خود قرار داده، باوجوداین، منطق‌دانانی چون فرگه[[16]](#footnote-16)، راسل[[17]](#footnote-17)، کارناپ[[18]](#footnote-18)، رایشنباخ[[19]](#footnote-19) و مونتاگیو[[20]](#footnote-20) زبان عادی روزمره را نیز، هر چند به‌طور ناقص‌تر تحلیل کرده‌اند[[21]](#footnote-21). امروزه زبان‌شناسان و منطق‌دانان به‌طور جدی شروع به استفاده از روش‌های منطقی در مطالعه‌ی زبان‌های طبیعی کرده‌اند و چندین تحلیل بسیار جالب از ساخت معنایی پدید آمده است.

هدف این کتاب، آشنا کردن دانشجویان زبان‌شناسی و دیگر علاقه‌مندان معناشناسی زبان‌های طبیعی با برخی مفاهیم و نظریه‌های بنیادی منطقی است. امروزه اطلاعاتی در باب این‌گونه مفاهیم و نظریه‌ها، برای کسانی که معناشناسی معاصر یا به طور کلی زبان‌شناسی را مطالعه می‌کنند، لازم است. روش‌هایی که منطق صوری برای مطالعه‌ی معناشناسی زبان‌های ساختگی ارائه کرده است، به‌نحوی سودمند در مورد معناشناسی زبان طبیعی به‌کار رفته است؛ و به‌طور کلی، روش‌ها و رهیافت‌های اتخاذ شده از نظریه‌ی منطقی و ریاضی، به‌طور روزافزون در نظریه‌ی زبان‌شناختی، متداول شده است. دستور گروه ساختی که چامسکی در کتاب «ساخت‌های نحوی» (1957) ارائه کرد، نمونه‌ی خوبی از این کاربردهاست. در این کتاب، با استفاده از نوع دستوری که پاول مارتین پُست[[22]](#footnote-22)، منطق‌دان آمریکایی، برای توصیف ساخت زبان‌های صوری ارائه داد، چامسکی توانسته است «دستگاه‌های بازنویسی» را در مورد زبا‌ن‌های طبیعی به ‌کار گیرد.

هدف دیگر ما این است که ضمن کمک به پر کردن شکاف بین زبان‌شناسی و منطق، زبان‌شناسان و منطق‌دانان را به همکاری نزدیک‌تر در زمینه‌ی مطالعه‌ی مشترک‌شان در مورد ساخت زبان تشویق کنیم؛ گرچه هدف اصلی نگارش این کتاب، تأکید برجنبه‌های مقدماتی و آموزشی بوده، کوشیده‌ایم با ارائه‌ی نمونه‌هایی از این‌که چه‌گونه می‌توان تحلیل منطقی را در مورد زبان طبیعی به‌کار برد و نیز بحث درباره‌ی رابطه‌ی بین تحلیل منطقی و زبانی، و بین منطق و زبان طبیعی، ادعای خود را مبنی بر این‌که منطق، حوزه‌ای در خور مطالعه برای افرادی است که در اساس با زبان طبیعی سروکار دارند، به اثبات برسانیم.

هر چند کل کتاب را می‌توان برهانی ضمنی در اثبات ارزش منطق برای زبان‌شناسی تلقی کرد، در فصل پایانی، به طور صریح در این زمینه به بحث پرداخته‌ایم.

فصل دوم

**نظریه‌ی مجموعه‌ها**

**2.1 مجموعه‌ها و عضوها**

در فصل‌های بعد، از مفاهیم رایج در **نظریه‌ی مجموعه‌ها** به طور مکرر استفاده خواهیم کرد[[23]](#footnote-23). نظریه‌ی مجموعه‌ها علاوه بر ارتباطی که با منطق دارد، در ریاضیات نقشی اساسی ایفا می‌کند و در زبان‌شناسی نیز کاربردهایی مستقیم دارد. بنابراین، در آغاز، مهم‌ترین مفاهیم این نظریه را توضیح می‌دهیم.

**مجموعه** عبارت است از تعدادی یا گردآورده‌ای از شیء‌ها یا موجوداتی از هر نوع. اصطلاح‌های دیگری که اغلب برای اشاره به مجموعه‌ها به‌کار می‌رود، عبارت‌اند از: «رده» و «گروه» (گرچه این دو اصطلاح در ریاضیات کاربردهای فنی دیگری نیز دارند). هر مجموعه شامل تعدادی **عنصر** یا **عضو** است. مجموعه‌هایی که ما در زندگی روزمره با آن‌ها سروکار داریم، معمولاً شامل عضوهایی است که وجه مشترکی با هم دارند؛ مانند مجموعه‌ی همه‌ی ایرانی‌ها یا مجموعه‌ی تمام کتاب‌های موجود در یک کتابخانه‌ی خاص. نظریه‌ی مجموعه‌ها چنین محدودیتی را بر مجموعه‌ها بار نمی‌کند؛ یک مجموعه می‌تواند از عضوهایی تشکیل شود که هیچ ارتباطی با هم ندارند؛ می‌توان مجموعه‌ای را در نظر گرفت که شامل رئیس‌جمهور ایران، کوچک‌ترین قمر مریخ و جذر عدد هفت باشد.

چند قرارداد نماد‌گذاری: از حروف بزرگ ایتالیک ( *A*، *B* ،  *C*، …) برای اشاره به مجموعه‌ها و از حروف کوچک ایتالیک (*a* ، *b* ،  *c*، *…*) برای اشاره به هر یک از شیء‌هایی که عضو مجموعه‌ها هستند، استفاده خواهیم کرد. هم‌چنین نماد ∈ را معرفی می‌کنیم، که باید چنین خوانده شود: «عضوی است از ...». برای مثال، جمله‌ی «*a* عضوی است از *B*» به‌صورت *B* ∈ *a* نوشته می‌شود. هم‌چنین اگر بخواهیم بگوییم *a* عضوی از *B* نیست، آن را به‌صورت *B* ∉ *a* می‌نویسیم.

همین‌طور برای نوشتن عبارت‌هایی چون «مجموعه‌ای که متشکل از این افراد است: علی، بهرام، منیژه» یا «مجموعه‌ی همه‌ی ایرانی‌هایی که موی بور دارند»، نیاز به نماد‌گذاری داریم. برای این کار، از دو ابرو {} استفاده می‌کنیم. همان‌طور که از این مثال‌ها برمی‌آید، حداقل دو روش برای تعریف مجموعه‌ها وجود دارد: **شمارش** **و توصیف**

مثال‌های ما با دو ابرو به‌صورت زیر در می‌آید:

شمارش: }علی، بهرام، منیژه{

توصیف: *x*} یک ایرانی موبور است {*x*|

(که باید خوانده شود: «مجموعه همه‌ی *x* هایی که *x* یک ایرانی موبور باشد.)

در زبان عادی نیز ساخت‌هایی برای بیان مفاهیم بالا وجود دارد. مثلاً در روش شمارش، معمولاً از حرف ربط «و**»** استفاده می‌کنند، مانند: «علی، بهرام و منیژه». در روش توصیفی از بندهای موصولی استفاده می‌کنند، مانند «آن‌هایی که ایرانی هستند»، «ایرانی‌ها».

گرچه ممکن است تعجب‌آور باشد، اما باید دانست که در نظریه‌ی مجموعه‌ها امکان دارد مجموعه‌هایی داشته باشیم که تنها دارای یک عضو و حتی بدون عضو باشند. به ‌ازای هر فرد یا شیء در جهان، مجموعه‌ای وجود دارد که تنها عضو آن، همان فرد یا شیء است. برای مثال، با شخص *a* می‌توان مجموعه‌ی {*a*} را تشکیل داد. به‌خاطر داشته باشید که *a* و {*a*} دو چیز متفاوت‌اند: *a* مجموعه نیست.

مجموعه‌ای که تنها یک عضو داشته باشد، **مجموعه‌ی تک‌عضوی** و مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد (دارای صفر عضو باشد)، **مجموعه‌ای تهی** نامیده می‌شود. البته بهتر است گفته شود «مجموعه‌ی تهی» و نه «یک مجموعه‌ی تهی»؛ زیرا تنها یک مجموعه‌ی تهی وجود دارد، که آن را با نماد Ø نشان می‌دهند. دلیل این‌که می‌گوییم تنها یک مجموعه‌ی تهی وجود دارد، این است که در نظریه‌ی مجموعه‌ها، اصلی کلی به ‌نام **اصل هم‌مصداقی** وجود دارد، که می‌گوید: برای آن‌که دو مجموعه از یک‌دیگر متمایز باشند، باید حداقل یک چیز داشته باشیم که عضو یکی از آن‌هاست، اما عضو دیگری نیست. به‌عبارت‌دیگر، اگر فهرست عناصر موجود در دو مجموعه یک‌سان باشد، با یک مجموعه‌ی واحد سروکار داریم. بدیهی است که هر مجموعه‌ی تهی دارای تعداد یک‌سانی عضو (یعنی صفر) است. بنابراین، تنها یک مجموعه‌ی تهی وجود دارد. نتیجه‌ی متعارض‌گونه‌ی این مسئله آن است که مثلاً بگوییم مجموعه‌ی همه رؤسای‌جمهور زن ایالات متحده با مجموعه‌ی همه سگ‌هایی که می‌توانند برنامه‌ی کامپیوتر بنویسند، یکی است. با وجود این، اگر تفاوت بین (الف) شیوه‌ی انتخاب عضوهای یک مجموعه (معیار تمایز عضوها از غیرعضوها) و (ب) عضوهایی که عملاً انتخاب می‌شوند را در نظر بگیریم، این مسئله بهتر درک می‌شود. بدیهی است که عضوهای یک‌سان را می‌توان به روش‌های بسیار متفاوت انتخاب کرد. منظور از اصل هم‌مصداقی این است که روش‌های انتخاب عضوهای مجموعه کاملاً نادیده گرفته شود. این امر مربوط است به تمایز بین **مفهوم** **و مصداق** یا دایره‌ی مصداق‌های یک عبارت زبانی ـ تمایزی که در فصل‌های بعدی این کتاب از اهمیت بسیار برخوردار خواهد بود.

یک عبارت اسمی را در نظر بگیرید که مجموعه‌ای را توصیف می‌کند، مثل «ایرانی‌هایی که موی بور دارند»؛ می‌توان گفت که این عبارت اسمی با مشخص کردن تعدادی از ویژگی‌های مشترک، شیء‌ها یا موجوداتی معین را در جهان انتخاب می‌کند (به آن‌ها اشاره می‌کند). موجودات انتخاب شده یا مورد اشاره ـ یعنی افرادی که ایرانی و موبور هستند ـ مصداق‌های این عبارت اسمی‌اند؛ در صورتی که شیوه‌ی انتخاب آن‌ها، یعنی معیارهایی که برای تعیین مصداق‌های این عبارت به کار رفته، مفهومِ عبارت خواهد بود. به این ترتیب، می‌توان گفت که مفهوم «مجموعه» در نظریه‌ی مجموعه‌ها، **مصداقی** است؛ به این معنا که در این نظریه به روش‌های انتخاب اعضای مجموعه کاری نداریم؛ عنوان «اصل هم‌مصداقی» نیز از این‌رو انتخاب شده است.

هم‌چنین، از آن‌چه گفته شد، درمی‌یابیم که مفهوم ریاضی مجموعه با مفهوم متداولی که واژه‌هایی مثل «رده» و «گروه» را برای آن به‌کار می‌بریم، کاملاً یک‌سان نیست؛ گرچه در آغاز این فصل، بین آن‌ها فرقی قایل نشدیم. وقتی در زندگی روزمره از گروه، مثلاً گروهی از مردم صحبت می‌شود، اغلب این‌طور فکر می‌کنیم که این گروه ثابت است، علی‌رغم آن که عضو‌هایش از زمانی به زمان دیگر تغییر می‌کنند. به‌این‌ترتیب، می‌توان مثلاً درباره‌ی گروهی از مردم که بر بریتانیا حکومت می‌کنند، صحبت کرد و حتی جمله‌هایی مانند «اعضای این گروه در‌حال‌حاضر بیش از اعضای آن در گذشته است» را به‌کار برد. اگر فرض بر این بود که اصل هم‌مصداقی در مورد موجودی که با عبارت «این گروه»به آن اشاره می‌شود، برقرار است، جمله‌ی بالا یک جمله‌ی متناقض می‌بود. هم‌چنین، باید توجه داشت که گرچه به‌ گروه‌ها، رفتارهای زیادی را نسبت می‌دهیم و مثلاً می‌گوییم، «آن‌ها فلان کارها(ی دسته‌جمعی) را انجام می‌دهند» ـ مانند «گروه ما دادخواست برای دولت فرستاد»ـ بعضی از ریاضی‌دان‌ها خواهند گفت که مجموعه‌ها، موجوداتی انتزاعی هستند و نمی‌توانند چنین کارهایی انجام دهند.

مجموعه‌ی ویژه‌ی دیگری وجود دارد که **مجموعه‌ی فراگیر** نامیده می‌شود و آن را به‌‌صورت 1 (عدد یک) نشان می‌دهند. برای توضیح مجموعه‌ی **فراگیر**، ناگریز از معرفی یک مفهوم دیگر، یعنی **عالم سخن** هستیم، که می‌توان آن را با مسامحه چنین تعریف کرد: «هر چیزی که در متن یا گفت‌وگویی معین، از آن صحبت می‌شود». برای مثال، در یک کتاب درسی ریاضی، عالم سخن می‌تواند همه‌ی اعداد باشد، درحالی‌که در یک کتاب درسی فیزیک، عالم سخن را ممکن است همه‌ی اجسام فیزیکی تشکیل دهند. به‌این‌ترتیب، مجموعه‌ی فراگیر عبارت است از مجموعه‌ی همه‌ی افراد در عالم سخن مربوطه.

**2.2 نسبت‌های بین مجموعه‌ها**

تعدادی از مفاهیم نظریه‌ی مجموعه‌ها مربوط به نسبت‌های بین مجموعه‌هاست. این نسبت‌ها را می‌توان با ترسیم مجموعه‌ها به شکل دایره نشان داد. برای مثال، مجموعه‌ی همه‌ی اروپایی‌ها و مجموعه‌ی همه‌ی انگلیسی‌ها را در نظر بگیرید. ازآن‌جا‌که همه‌ی انگلیسی‌ها اروپایی هستند، برای نشان دادن نسبت بین این دو مجموعه، می‌توان نمودار (1) را ترسیم کرد، که در آن *A* عبارت از مجموعه‌ی همه‌ی اروپایی‌ها و *B* مجموعه‌ی همه‌ی انگلیسی‌هاست. در چنین موردی می‌گوییم *B* زیر مجموعه‌ی *A* است، یا به‌عبارت‌دیگر، *B* مندرج در *A* است. در نظریه‌ی مجموعه‌ها معمولاً بین دو رابطه‌ی «اِندراج» **و** «اِندراج محض» فرق می‌گذارند. اگر مجموعه‌ای چون *B* به‌طور کامل (properly) مندرج در مجموعه‌ی *A* باشد، همه‌ی اعضای *B*، اعضای *A* خواهند بود. به‌علاوه، *A* حداقل یک عضو خواهد داشت که عضو *B* نباشد. در این حالت می‌نویسیم *B* ⊂ *A* نماد ⊂ یعنی «... کاملاً مندرج در ... است» یا «... زیرمجموعه‌ی محض... است». در صورتی که نخواهیم ادعا کنیم که *A* حداقل یک عضو دارد که متعلق به *B* نیست (که اغلب، همین‌طور است)، می‌نویسیم  *B* ⊆ *A* که بدین‌معناست: «*B* مندرج در *A* است» یا «*B* زیرمجموعه‌ی *A* است».



**(1)**

برای آن‌که بگوییم *A* و *B* مجموعه‌های یکسان‌اند ـ به‌عبارت‌دیگر، یکی هستند ـ می‌نویسیم: *A=B* . همان‌طور که در بخش گذشته دیدیم، معنای جمله‌ی اخیر این است که دو مجموعه، دارای اعضای یکسان‌‏اند.

لازم است بین دو رابطه‌ی «عضوی است از...» و «زیرمجموعه‌ای است از...» فرق بگذاریم. مجموعه‌ی همه‌ی انگلیسی‌ها زیرمجموعه‌ای از مجموعه‌ی همه‌ی اروپایی‌هاست، اما عضوی از آن نیست. ازسوی‌دیگر، «جان ‌اسمیت» عضوی از مجموعه‌ی همه‌ی انگلیسی‌هاست، درحالی‌که زیرمجموعه‌ی آن محسوب نمی‌شود.

**2.3 عمل‌های روی مجموعه‌ها**

مجموعه‌هایی نیز وجود دارد که اعضای آن‌ها خود، هر کدام یک مجموعه‌ است. (چنین مجموعه‌هایی را گاه **خانواده** نیز می‌نامند). مثلاً به ‌ازای هر مجموعه‌ای مانند *A* می‌توان مجموعه‌ای تشکیل داد که از همه‌ی زیرمجموعه‌های *A* تشکیل شده باشد. این مجموعه را **مجموعه‌ی توانی** *A* می‌گویند. مثال: {*a,b*} دارای این زیرمجموعه‌هاست: Ø، {*a,b*}، {*b*} و{*a*}. (مجموعه‌ی تهی، زیرمجموعه‌ی همه‌ی مجموعه‌هاست)، پس مجموعه‌ی توانی {*a,b*} عبارت خواهد بود از: }Ø و {*a,b*} و {*b*} و {{*a*}.

برای آن‌که مجموعه‌های مجموعه‌ها از مجموعه‌های معمولی تمیز داده شود، برای اشاره به آن‌ها، از حروف بزرگ **تحریری** مثلاً **A** استفاده خواهیم کرد.

قبلاً در مورد شیوه‌های مختلف تعریف مجموعه صحبت کردیم. با استفاده از آن‌چه اصطلاحاً **عمل‌های مجموعه‌ای** یا **عمل‌های روی مجموعه‌ها** نامیده می‌شود، می‌توان یک مجموعه را برحسب مجموعه‌های دیگر نیز تعریف کرد. هرگاه دو مجموعه‌ی *A* و *B* داشته باشیم، می‌توانیم مجموعه‌ای را تعریف کنیم که شامل همه‌ی اشیایی باشد که هم عضو *A* و هم عضو *B* هستند. چنین مجموعه‌ای را «**اشتراک** *A* و*B*» می‌نامند و آن را با *B*∩ *A* نشان می‌دهند. در نمودار (1) قسمت سایه خورده، این مجموعه را نشان می‌دهد.



**(1)**

مثال: اگر *A* مجموعه‌ی همه‌ی زبان‌شناسان و *B* مجموعه‌ی همه‌ی سوئدی‌ها باشد، آن‌گاه *B*∩*A* مجموعه‌ی همه‌ی زبان‌شناسان سوئدی خواهد بود.

هم‌چنین ممکن است بخواهیم از مجموعه‌ی همه‌ی چیزهایی صحبت کنیم که عضو یکی از دو مجموعه‌ی *A* و *B* یا هر دو باشند. این مجموعه، **اجتماع**

 *A* و *B* نامیده می‌شود و آن را با *A*∪*B* نشان می‌دهند. این مجموعه در نمودار (2) نشان داده شده است.



**(2)**

مثال: اگر *A* مجموعه‌ی همه‌ی‌ افرادی باشد که کتاب «شاهنامه‌ی فردوسی» را خوانده‌اند و *B* مجموعه‌ی همه‌ی افرادی باشد که کتاب «بوستان سعدی» را خوانده‌اند، *A*∪*B* مجموعه‌ی همه‌ی افرادی خواهد بود که کتاب «شاهنامه‌ی فردوسی» یا «بوستان سعدی» (یا هر دو) را خوانده‌اند.

****

**(3)**

مجموعه‌ی سایه زده شده در نمودار (3)، یعنی مجموعه‌ی همه‌ی چیزهایی که عضو *A* هستند ولی عضو *B* نیستند، «**تفاضل** A و B» نامیده می‌شود و آن را به‌صورت *A-B* (بخوانید *A* منهای *B*) نشان می‌دهند. مثال: اگر *A* مجموعه‌ی همه‌ی ایرانی‌ها و *B* مجموعه‌ی همه‌ی کسانی باشد که می‌توانند انگلیسی صحبت کنند، آن‌گاه *A-B* مجموعه‌ی همه‌ی ایرانی‌هایی است که نمی‌توانند انگلیسی صحبت کنند (مجموعه‌ی همه‌ی ایرانی‌هایی که فقط فارسی صحبت می‌کنند).

تا این‌جا تنها درباره‌ی اعمال روی دو مجموعه صحبت کردیم، اما این عمل‌ها را می‌توان به سه مجموعه یا بیش‌‎تر هم تعمیم داد.

برای مثال، می‌توان اشتراک *A، B، C* و *D* (مجموعه‌ی دربرگیرنده‌ی همه‌ی چیزهایی که به هر چهار مجموعه‌ی *A، B، C* و*D* تعلق دارند) را به‌عنوان عملی روی مجموعه‌ی مجموعه‌های {*A, B, C, D*} تعریف کرد و آن را با {*A, B, C, D*} ∩ [قسمت سایه‌زده شده در نمودار (4)] نشان داد.



**(4)**

به همین ترتیب، اجتماع*C, B, A* و *D* (مجموعه‌ی در برگیرنده‌ی همه‌ی چیزهایی که عضو حداقل یکی از چهار مجموعه‌ی*C, B, A* و *D*  هستند) را می‌توان با{*A, B, C, D*}∪ [قسمت سایه‌زده شده در نمودار (5)] نشان داد.



**(5)**

یک مفهوم مهم دیگر، مفهوم مکمل یک مجموعه است. هرگاه عالم سخن معین *U*[[24]](#footnote-24) ، مثلاً مجموعه‌ی همه‌ی انسان‌ها و زیرمجموعه‌ی *A* از آن، برای نمونه، مجموعه‌ی همه‌ی فرانسوی‌ها را در نظر بگیریم، آن‌گاه خواهیم توانست از مجموعه‌ی همه‌ی اعضای*U* که عضو *A* نیستند نیز صحبت کنیم ـ در این مثال، یعنی مجموعه‌ی همه‌ی انسان‌های غیرفرانسوی. این مجموعه را «مکمل *A* نسبت به *U*» می‌گویند. در نمودار (6) مستطیل برابر است با *U* و دایره برابر است با مجموعه‌ی *A* و قسمت سایه‌زده شده همان مکمل *A* است که با*CA*[[25]](#footnote-25) یا *ˉA* نشان داده می‌شود.



**(6)**

**2.4 نسبت‌ها****[[26]](#footnote-26) و تابع‌ها****[[27]](#footnote-27)**

مجموعه‌ی دو عضوی را **زوج** می‌گویند. چنان‌چه عضوهای یک زوج را به ‌نحوی مرتب شده تلقی کنیم، یک **زوج مرتب** خواهیم داشت[[28]](#footnote-28). برای نشان دادن زوج‌های مرتب، به‌جای دوابرو { } از دوگوشه < > استفاده می‌کنند. گاهی نیز برای این منظور، از پرانتز معمولی ( ) استفاده می‌شود.

وقتی با مجموعه‌های نامرتب سروکار داریم، ترتیب شمارش عضوها اهمیتی ندارد. بنابراین، مجموعه‌ی {*a,b*} با مجموعه‌ی {*b,a*} یکی است؛ درحالی‌که زوج مرتب <*a*, *b*> با زوج مرتب <*b*, *a*> یکی نیست. برای روشن شدن مسئله، باید در این‌جا به‌طورمختصر، مفهوم **نسبت** را ـ که در بخش 5ـ8 با تفصیل بیش‌تر مورد بحث قرار خواهد گرفت ـ توضیح دهیم. یک نسبت «دوموضعی» مثل: «باهوش‌تر بودن از» بین دو شیء منفرد برقرار می‌شود، که آن دو شیء باید اعضای یک زوج مرتب تلقی شوند. بدیهی است که ترتیب دو چیز منفرد در این‌جا ضروری است؛ مثلاً «بابک باهوش‌تر از حسین است» با «حسین باهوش‌تر از بابک است» یکی نیست.

به همین ترتیب، می‏توان از **سه‏تایی‌** **مرتب** (که سه عضو دارد)، **چهارتایی****‌ مرتب** (که چهار عضو دارد)، **پنج‏تایی مرتب** (که پنج عضو دارد) و به‏طور کلی، از **اِن ـ تایی**‏ مرتب سخن گفت (این‌ها به‏ ترتیب، متناظرند با روابط 3، 4، 5، و اِن ـ موضعی). روزهای سال را نیز می‏توان یک 365 تایی مرتب تلقی کرد.

یک مفهوم بسیار مهم در منطق، ریاضیات و زبان‏شناسی، مفهوم **تابع** است. مثالی می‏زنیم؛ هر اتومبیلی یک شماره دارد. حال مجموعه‌ی همه‌ی اتومبیل‏ها و همه‌ی شماره‌اتومبیل‏ها را در نظر بگیرید.

به نمودار (1) توجه کنید:

مجموعه‌ی همه‌ی شماره ‌اتومبیل‏ها مجموعه‌ی همه‌ی اتومبیل‏ها

(1)

هر *x* و هر *y* نماینده‌ی یک عضو از مجموعه‌ی مربوط به خود است (واضح است که تعداد عضوها باید خیلی بیش از این‌ها باشد). از هر عضو در مجموعه‌ی **سمت چپ**، یعنی مجموعه‌ی همه‌ی اتومبیل‏ها، پیکانی به‏طرف عضوی در مجموعه‌ی **سمت راست**، یعنی شماره‌ی آن اتومبیل، ترسیم شده است. به‌این‌ترتیب، تعداد بسیار زیادی زوج مرتب به ‏دست می‏آوریم که در آن‌ها عضو اول، یک اتومبیل و عضو دوم، شماره‌ی آن است. مانند>77212ط ـ‌25، اتومبیل بابک<. در این‌جا به هر عضو از مجموعه‌ی اول، یک عضو از مجموعه‌ی دوم **نسبت داده‏ایم**. چنین نسبتی را **تابع** می‏گویند. برای آن‏که تابعی داشته باشیم، باید به ‏ازای هر عضو از مجموعه‌ی اول دقیقاً یک عضو از مجموعه‌ی دوم وجود داشته باشد (البته ممکن است به چند عضو از مجموعه‌ی اول، یک عضو از مجموعه‌ی دوم نسبت داده شود). به‏عبارت دیگر، پیکان‏ها می‏توانند هم‌گرا باشند، اما نباید واگرا باشند. (در بحث مربوط به ویژگی‌های صوری نسبت‏ها، بخش 5.8 به این مسئله باز خواهیم گشت).

حال، دو مجموعه‌ی *A* و *B*(نمودار 2) و تابعی را که به هر عضو از مجموعه‌ی *A* یک عضو از مجموعه‌ی *B* را نسبت می‏دهد، در نظر بگیرید (تابع با پیکان نشان داده شده است). در این‏صورت، می‏گوییم **تابعی داریم از A به B یا تابعی داریم که A را در B می‏نگارد**.



**(2)**

اصطلاح اخیر **(نگاشتن)** ممکن است در وهله‌ی اول عجیب به‏نظر بیاید؛ اما در متون فنی زبان‏شناسی، زیاد از آن استفاده می‏شود. برای مثال، در دستور گشتاری، یک گشتار را می‏توان تابعی محسوب کرد که مجموعه‏ای از ساختار‏ها را در مجموعه‏ای دیگر از ساختار‏ها می‏نگارد. این جمله، درواقع، بیان ریاضی این واقعیت است که به ‏ازای هر ساختی که وارد یک گشتار می‏شود، دقیقاً یک ساختار وجود دارد که از آن خارج می‏گردد.

نمونه‏هایی از تابع‏ها را که عادی‏ترند، می‏توان مثلاً در هر کتابی که دارای جدول‏های آماری باشد، پیدا کرد. برای مثال، ممکن است جدولی پیدا کنیم که شامل فهرست کشورهای اروپایی و جمعیت آن‌ها باشد[[29]](#footnote-29).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| آلبانیآندورااتریش |  | 600/337/2 000/25 403/456/7  |
| .... | یا | .... |

**(3)**

چنین جدولی نشان‏دهنده‌ی تابعی است که ستون راست آن متناظر با مجموعه‌ی *A* در نمودار (2) و ستون چپ آن متناظر با مجموعه‌ی *B* در همان نمودار است. به‏عبارت‌دیگر، تابعی داریم که مجموعه‌ی کشورها را در مجموعه‌ی اعداد می‏نگارد.

اصطلاحات دیگری نیز وجود دارد، که باید توضیح داده شود. هر عضو در ستون سمت راست، **«شناسه‏ای از تابع**» و عدد متناظر با آن در ستون سمت چپ، **«مقدار**تابع به ‏ازای آن شناسه**»** است. تابع را با حروف کوچک لاتین نشان می‏دهند و معمولاً اولین تابع حرف *f* و بقیه ـ درصورتی که وجود داشته باشدـ با حروف بعد از آن نشان داده می‏شود. وقتی می‏نویسیم *f*(*x*) ، منظورمان مقداری است که تابع به‏ ازای شناسه‌ی *x* دارد. اگر *f* تابعی باشد که در جدول بالا نشان داده شد، مثلاً می‏توان نوشت: 000/000/8 = (سوئد) *f* به این معنا که تابع، به‏ازای شناسه‌ی سوئد، مقدار 000/000/8 را پیدا می‏کند؛ به‏عبارت دیگر، جمعیت سوئد 8 میلیون است.

مجموعه‌ی همه‌ی شناسه‏های ممکنِ تابع (مثلاً مجموعه‌ی *A* در نمودار (2)) **دامنه‌ی** تابع نامیده می‏شود و مجموعه‌ی همه‌ی مقدارهای ممکنِ تابع را **بُرد** یا **هم‏دامنه‌ی** تابع می‏نامند.

اگر هر عضو مجموعه‌ی *B*، مقدار تابع به ‏ازای عضوی از مجموعه‌ی *A* باشد، به‏ جای آن‌که بگوییم تابع [مورد نظر] *A* را **در** *B* می**‏**نگارد، می‏گوییم *A* را **روی** *B* می‏نگارد.

اگر *A* و *B* یک مجموعه باشد، یعنی تابع، مجموعه‌ی *A* را روی[[30]](#footnote-30) خودش بنگارد، می‏گویند تابع، یک **عمل** است. نمونه‏ای از عمل در ریاضیات، «**مکعبِ...»** است، که اعداد را روی اعداد می‏نگارد. (مثلاً مکعب 3، عدد 27 است).[[31]](#footnote-31) اگر اعداد طبیعی، از 1 تا عدد دل‌خواه *n*، روی مجموعه‌ی دیگری از شیء‌ها، مانند *A* نگاشته شوند، یک **دنباله** خواهیم داشت (در واقع به هر عضو از مجموعه‌ی *A* ممکن است یک یا چند عدد تعلق گیرد). بعضی از تابع‏ها بیش از یک شناسه دارند. برای نمونه، جدولی از فواصل بین شهرهای بزرگ جهان را برحسب مایل[[32]](#footnote-32) در نظر می‏گیریم. این جدول چیزی شبیه جدول (4) خواهد بود.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **برلین** | **بوینوس آیرس** | **قاهره** | **کلکته** |
| برلین | ـ | 7402 | 1795 | 4368 |
| بوینوس آیرس | 7402 | ـ | 7345 | 10265 |
| قاهره | 1759 | 7345 | ـ | 3539 |
| کلکته | 4368 | 10265 | 3539 | ـ |

 **(4)**

در این مورد، تابعی داریم دو شناسه‏ای، که هر شناسه آن یک زوج از شهرها و مقدار تابع، فاصله‌ی میان آن دو شهر است.

این فصل را با ذکر نوعی ویژه از تابع، که بعداً مورد استفاده قرار خواهد گرفت، به‏پایان می‏بریم. دو مجموعه‌ی *A* و *B* را در نظر بگیرید که *B* زیرمجموعه‌ی *A* باشد. *A* می‏تواند مثلاً مجموعه‌ی اعضای مجلس بریتانیا و *B* مجموعه‌ی نمایندگانی باشد که عضو حزب اکثریت هستند. حال، مجموعه‌ی سومی مثل مجموعه‌ی *C* را در نظر بگیرید که فقط دو عضو دارد، مجموعه‏ای متشکل از اعداد 1 و 0. اکنون می‏توان تابعی ساخت که به هر عضو *A*، در صورتی که عضو *B* نیز باشد، 1 و در صورتی که عضو آن نباشد، یعنی در مکمل *B* نسبت به *A* قرار داشته باشد، صفر را نسبت دهد. این تابع، **تابع** **مشخصه****‌ی** مجموعه‌ی *B* نسبت به دامنه‌ی *A* نامیده می‏شود.

انتخاب مجموعه‌ی دو عضوی {1و0} اختیاری است: هر زوجی از اشیا که بتواند اعضای مجموعه‏ای را که می‏خواهیم مشخص کنیم، از مکمل آن متمایز کند، می‏تواند به‏عنوان مجموعه‌ی *C* استفاده شود. در منطق، معمولاً ارزش‏های صدق و کذب را آن دو شیء دل‌خواه در نظر می‏گیرند که بُرد تابع مشخصه به ‏شمار می‏آیند.

**تمرین**

1**.** با نماد بیان کنید:

الف) *b* عضوی است از *C*

ب) *C* زیرمجموعه‌ی محض *D* است

پ) اجتماع

 *A* و *C*

ت) مجموعه‌ای متشکل از عضوهای *d*، *e* و *g*

ث) *d* عضوی از اشتراک *A* و *B* است

ج) مکمل *A* زیرمجموعه‌ی محض اجتماع

 *B* و*C* است

2**.** عبارت‌‌های زیر را به زبان عادی برگردانید:

1. . Göteborg [↑](#footnote-ref-1)
2. . Claes Åberg [↑](#footnote-ref-2)
3. . Michael Grabski [↑](#footnote-ref-3)
4. . John Lyons [↑](#footnote-ref-4)
5. . Peter Hinst [↑](#footnote-ref-5)
6. . Pierre Javanaud [↑](#footnote-ref-6)
7. . Ann-Mari Ranstrand [↑](#footnote-ref-7)
8. . Jens Allwood [↑](#footnote-ref-8)
9. . Lars-Gunnar Andersson [↑](#footnote-ref-9)
10. . Östen Dahl [↑](#footnote-ref-10)
11. . Ferdinand de Saussure [↑](#footnote-ref-11)
12. . Louis Hjelmslev [↑](#footnote-ref-12)
13. . Leonard Bloomfield [↑](#footnote-ref-13)
14. . Noam Chomsky [↑](#footnote-ref-14)
15. . برای شرحی مختصر درمورد زبان‌شناسی ساخت‌گرا ر.ک. Davies (1973) . [↑](#footnote-ref-15)
16. . Gottlob Frege [↑](#footnote-ref-16)
17. . Bertrand Russell [↑](#footnote-ref-17)
18. . Rudolf Carnap [↑](#footnote-ref-18)
19. . Hans Reichenbach [↑](#footnote-ref-19)
20. . Richard Merritt Montague. [↑](#footnote-ref-20)
21. . برای تاریخچه ای از منطق جدید و قدیم ر.ک. Kneale and Kneale (1962) [↑](#footnote-ref-21)
22. . Paul Martin Post (1936) [↑](#footnote-ref-22)
23. . از میان کتاب‏های مقدماتی خوب درباره‌ی نظریه‌ی مجموعه‏ها می‏توان بهHalmust (1960) ، Stoll (1961) و Lipschutz (1964) اشاره کرد. [↑](#footnote-ref-23)
24. . حرف اول universe of discourse (عالم سخن) است ـ م. [↑](#footnote-ref-24)
25. . *C* حرف اول complement of a set (مکمل مجموعه) است ـ م. [↑](#footnote-ref-25)
26. . relation(نسبت) در منطق سنتی به دقت تعریف نشده است، در دوره‌ی معاصر برخی منطق‌دانان به منطق نسبت‌ها پرداخته‏اند و درحال‌حاضر، این موضوع، بخشی مهم از منطق را تشکیل می‌دهد. در نوشته‌های امروز، به‌خصوص در نظریه‌ی مجموعه‌ها، نسبت دوتایی، مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب تعریف می‌شود. (ر.ک. ضیا موحد (1374). واژه‌نامه‌ی توصیفی منطق. تهران: پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی) ـ م. [↑](#footnote-ref-26)
27. . function (تابع) را غالباً نسبتی دوتایی تعریف می‌کنند که به هر شیء *x* از دامنه‌یِ آن، شیء منحصر به فردِ *y* را نسبت دهد. چنان‌چه زوجِ مرتب <*x*, *y*> متعلق به آن نسبت باشد، تابع را گاهی به یک تناظر چند به یک نیز تعریف می‌کنند. (ر.ک. موحد (پیشین)). ـ م. [↑](#footnote-ref-27)
28. . اگرچه مفهوم زوج مرتب در بیش‌تر کتاب‏های درسی به این ترتیب معرفی می‏شود، این طریقه کاملاً صحیح نیست. همان‏طور که در متن اصلی اشاره شد، از مفهوم زوج مرتب برای توضیح مفهوم نسبت دوموضعی استفاده می‏شود. موردی را در نظر بگیرید که کسی یا چیزی نسبت خاصی با خودش دارد. مثل اُدیپ (Oedipus) که ناپدری خود بود. این رابطه با کدام زوج مرتب متناظر است؟ تنها می‏توان گفت که آن را به ‏صورت > اُدیپ، اُدیپ< نشان می‏دهیم. اما این یک مجموعه‌ی دو عضوی نیست، زیرا عضو اول با عضو دوم یکی است. بنابراین، ما چیزی انتزاعی ← →می‏خواهیم که دو جای خالی داشته باشد، به‏طوری‌که عضو اول زوج مرتب در اولین و عضو دوم، در دومین جای خالیِ آن قرار گیرد و یک موجود واحد هم بتواند هر دو جای خالی را در آن واحد پر کند. این دو امکان را می‏توان با دو «بازی» نشان داد. فرض کنید جعبه‌ای از مهره‌ها را در مقابل خود داریم. در هر دو بازی، شخص باید دو انتخاب از یک مهره داشته باشد. در بازی اول، شخص باید دو انتخاب از یک مهره‌ی واحد داشته باشد. اما در بازی دوم، مهره‏ای را که ابتدا برداشته بود، قبل از انتخاب مهره‌ی دوم به جعبه برمی‏گرداند، به‏طوری که امکان انتخاب دوباره‌ی آن باشد. پس، تنها در مورد اول است که الزاماً یک مجموعه‌ی دو عضوی به‏دست می‏آوریم. بنابراین، متناظر با این دو بازی، دو مفهوم تشخیص می‏دهیم؛ یک مجموعه‌ی مرتب *n* عضوی و یک *n* تایی مرتب، که تنها در *n* تایی مرتب است که یک عضو واحد می‏تواند در چند جای خالی تکرار شود. پس زوج مرتب، یک دوتایی مرتب است. [↑](#footnote-ref-28)
29. . آمار قدیمی و مربوط به زمان نگارش کتاب اصلی است ـ م. [↑](#footnote-ref-29)
30. . در متن انگلیسی onto نوشته شده است، اما مثال «مکعب» که در ادامه‌ی متن انگلیسی می‌آید، با این تعریف هم‌خوانی ندارد، زیرا همه‌ی اعداد مکعب نیستند- م. [↑](#footnote-ref-30)
31. . متن انگلیسی، مکعب عدد 3 را 9 ذکر کرده، که ظاهراً غلط تایپی است، چون مکعب عدد 3 می‌شود 27- م. [↑](#footnote-ref-31)
32. . مایل واحد رسمی انگلیس و امریکا و معادل 3/1609 متر است (فرهنگ آریان‌پور، ج 3، ص 3197)- م. [↑](#footnote-ref-32)